

Curricolo verticale per lo sviluppo delle competenze secondo le nuove Indicazioni Scuola dell'Infanzia, Primaria e Secondaria



Le conoscenze matematiche contribuiscono alla formazione culturale delle persone e delle comunità, sviluppando le capacità di mettere in stretto rapporto il "pensare" e il "fare", offrendo strumenti adatti a percepire ed interpretare la realtà. (dalle Indicazioni Nazionali per il Curricolo)

Le conoscenze matematiche contribuiscono alla formazione culturale delle persone e delle comunità, sviluppando le capacità di mettere in stretto rapporto il "pensare" e il "fare" e offrendo strumenti adatti a percepire, interpretare e collegare tra loro fenomeni naturali, concetti e artefatti costruiti dall'uomo, eventi quotidiani. In particolare, la matematica dà strumenti per la descrizione scientifica del mondo e per affrontare problemi utili nella vita quotidiana; contribuisce a sviluppare la capacità di comunicare e discutere, di argomentare in modo corretto, di comprendere i punti di vista e le argomentazioni degli altri. (Indicazioni Nazionali per il curriculum, 2012)

INDICE

Costruire un'ipotesi di curricolo	pag. 4
Le radici	pag. 4
Alla base del curricolo	pag. 5
I punti di forza	pag. 6
Il quadro di riferimento	pag. 6
Fare matematica nel Piano dell'Offerta Formativa	pag. 7
La mediazione didattica	pag. 8
Le modalità di lavoro	pag. 9
Il laboratorio	pag. 10
I problemi	pag. 11
Parlare, discutere, argomentare	pag. 11
Costruire, rappresentare, disegnare	pag. 12
Scrivere	pag. 13
La valutazione	pag. 14
Bibliografia	pag. 16
Nucleo tematico: Numeri	pag. 17
Nucleo tematico: Spazio e Figure	pag. 28
Nucleo tematico. Relazioni, Funzioni, Dati e Previsioni	pag. 38
Allegato: I percorsi possibili	
Allegato: Un esempio di percorso: lo sviluppo del pensiero proporzionale	
Allegato: Situazioni problematiche prototipo	
Allegato: Materiali, strumenti, artefatti per fare matematica	
Allegato: Autovalutazione dell'attività	

FARE MATEMATICA DAI 3 AI 14 ANNI



Scuola infanzia - Vendere e comprare 2 dadi 4 delfini



Classe 1° primaria - Dare i numeri ad un mucchio di farina



Classe 5° primaria - Misurare e rappresentare

COSTRUIRE UN'IPOTESI DI CURRICOLO

Il curriculum di istituto è espressione della libertà d'insegnamento e dell'autonomia scolastica e, al tempo stesso, esplicita le scelte della comunità scolastica e l'identità dell'istituto. La costruzione del curriculum è il processo attraverso il quale si sviluppano e organizzano la ricerca e l'innovazione educativa.

(Indicazioni per il curriculum, 2012)

E' possibile allora costruire un'ipotesi di curriculum che, a partire dalle Indicazioni Nazionali, tenga conto della nostra "storia", consideri i risultati delle ricerche nella didattica della matematica, sia di aiuto nell'azione didattica quotidiana e non sia solo un elenco "vuoto" di obiettivi, traguardi, abilità conoscenze suddivisi in una rigida scansione temporale?

Ripensare il curriculum può quindi significare la voglia di ricominciare a porsi domande, a fare formazione, a sperimentare, a fare ricerca per migliorare il modo di far scuola.

Lavorare sul curriculum ha rappresentato un buon pretesto per:

- riflettere sul curriculum implicito La riflessione sulla mia idea di matematica, "cosa faccio/come sono in classe, come capiscono i bambini, quali competenze disciplinari possiedo" diventa indispensabile per evidenziare i problemi, mettere in movimento le azioni per ricercare le soluzioni ed evitare così un curriculum "finto". L'insegnamento della matematica è spesso guidato da prassi didattiche lontane sia dalla ricerca scientifica, sia dalle Indicazioni per il curriculum.
- ricostituire una comunità di buone pratiche con ricostruzione e scambio di esperienze e condivisione di problemi,
- rivedere e condividere gli aspetti teorici /didattici propri della disciplina.

LE RADICI

Per ricominciare è necessario ripartire dalle radici, riprendere le linee teoriche, metodologiche, didattiche proprie del fare matematica e i punti di forza dei progetti di innovazione e di ricerca che costituiscono le linee portanti della nostra ipotesi di lavoro.

Il progetto "CAPIRE SI PUÒ" ha come punti di forza:

- il senso del capire (come i bambini/ragazzi capiscono/non capiscono la matematica e le scienze),
- la costruzione di modelli (Capire per modelli),
- il lavoro in zona prossimale di sviluppo,
- l'idea di complessità,
- gli intrecci, disintrecci e reintrecci tra matematica, scienze e lingua,
- gli insegnanti protagonisti nel percorso di formazione e nell'ideazione di nuove piste di lavoro con la supervisione di esperti.

Il pluriennale percorso di formazione dell'ex primo circolo con interventi specifici di esperti in didattica della matematica (Arzarello, Guidoni, Mazzoli, Zan, Di Martino) e la collaborazione con il gruppo di ricerca in "Didattica della Matematica" dell'Università di Napoli ha come punti di forza:

- l'idea che l'apprendimento che si basa sul capire è il risultato di un processo di risonanza tra la sfera della cognizione individuale, la sfera culturale e le strutture della realtà, processo che si sviluppa attraverso percorsi di conoscenza di cui occorre tenere sotto efficace controllo le dinamiche di senso (Guidoni, Iannece e Tortora, 2005);
- lo sperimentare a livello adulto le esperienze risonanti (con i quesiti e gli sviluppi, le criticità e i successi) da rilanciare agli alunni in classe;
- l'uso di situazioni problematiche reali/fantastiche prototipo come pretesto per sviluppare competenze matematiche;
- la creazione di intrecci/corrispondenze tra didattica laboratoriale e teorie neuroscientifiche dell'apprendimento.

Il progetto di ricerca internazionale "TRACES" evidenzia:

- gli ostacoli che impediscono di colmare il divario tra pratica educativa e indicazioni della ricerca in didattica della matematica e delle scienze;
- la proposta di modelli efficaci per produrre comunità capaci di sviluppare operativamente nuove pratiche educative.

Emergono come idee forti:

- l'idea di risonanza: risonanza tra cognizione individuale e realtà "*Il cervello funziona come un continuo generatore di ipotesi*" (Changeux, 2003). Ogni "*conoscenza astratta*" viene in definitiva costruita "*parassitando*" le strutture di percezione e azione. (Gallese & Lakoff, 2005)
- l'idea di multi rappresentazione di una stessa "realtà" come chiave dinamica per mettere in evidenza i diversi aspetti delle sue correlazioni strutturali nella costruzione di concetti matematici. Così a partire dalle più "banali" multi rappresentazioni linguistiche, simboliche, formali, iconiche, gestuali, a livello di scuola di base, si arriva fino ai più elaborati livelli delle "teorie" scientifiche o matematiche.

ALLA BASE DEL CURRICOLO

Negli elementi elaborati dalla dott.ssa G. Pozzo nel "Progetto POSEIDON" di lingua italiana riconosciamo i nodi essenziali di un curriculum:

- *passaggio dalle materie (i contenuti) alle discipline (che includono i metodi e gli strumenti per far evolvere il sapere vissuto e il sapere riflesso);*
- *visione dinamica della conoscenza/mediazione dell'insegnante;*
- *centralità del discente: attenzione ai bisogni cognitivi e affettivi, al bagaglio conoscitivo ed esperienziale, valorizzazione delle differenze (inclusione);*
- *attenzione al clima e a un ambiente di apprendimento favorevole alla scoperta (spazi attrezzati, ma non solo);*
- *valorizzazione della dimensione sociale (discussione e condivisione dei modelli elaborati); - apprendimento centrato sul fare/pensare (didattica laboratoriale) e sulla consapevolezza di come si impara;*
- *monitoraggio e (auto) valutazione secondo criteri condivisi.*

I PUNTI DI FORZA

Continuità (e discontinuità) verticale nello sviluppo continuo della competenza, nell'attenzione ai processi cognitivi, nell'approccio alla cultura, nella mediazione didattica.

→ Continuità (e discontinuità) orizzontale tra lingua, matematica, scienze e tecnologia.

La comprensione dei fondamentali aspetti scientifici e tecnologici di come è fatto il mondo ha bisogno di un forte investimento sulle implicazioni di lingua e matematica essenziali per la costruzione di un “sapere” fondato sulla modellizzazione. La narrazione, la descrizione e l'argomentazione sono momenti importanti e difficilmente separabili del processo di insegnamento/apprendimento della matematica. Infatti *“problem solving e argomentazione costituiscono ufficialmente il leit motiv di tutta l'educazione matematica obbligatoria.”* (Pietro Di Martino).

Inoltre, molte delle esperienze del laboratorio di scienze contribuiscono allo sviluppo del pensiero proporzionale, a strutturare concetti di numeri naturali, razionali e relativi; molti dei modelli utilizzati a rappresentare fenomeni sono modelli matematici.

IL QUADRO DI RIFERIMENTO

Nel ripensare ad un curriculum per competenze occorre inoltre far riferimento:

- ❖ ad un quadro legislativo (Costituzione Italiana - Indicazioni per il Curricolo, 2012);
- ❖ alle definizioni internazionali di competenze matematiche e scientifiche:
 - le otto competenze per la cittadinanza Raccomandazioni del Consiglio Europeo 2016
 - le Life Skills – Organizzazione Mondiale della Sanità
 - la Competenza Matematica “mathematical literacy” nella definizione di OCSE PISA. Tutte le definizioni hanno in comune l'idea che uno studente è competente quando ha capacità di pensiero, ragiona su quello che succede, sa connettere e interpretare fatti ed eventi, valuta consapevolmente comportamenti e azioni, sa vivere nel mondo, risolve problemi utilizzando strumenti matematici;
- ❖ a un quadro teorico-metodologico che fa riferimento alle ricerche relative all'apprendimento- insegnamento:
 - l'idea di zona di sviluppo prossimale (Vygotskij);
 - la ridefinizione dei processi di apprendimento alla luce delle ricerche neuroscientifiche (Changeux, Rizzolatto);
 - la dinamica della risonanza e l'idea di multirappresentazione (Gruppo di ricerca, Università di Napoli);
 - l'apprendistato cognitivo (Collins, Brown e altri);
 - lo sviluppo dell'intelligenza numerica (Butterworth, Dehaene);
 - la facilitazione sociale e l'acquisizione di conoscenze (C. Pontecorvo);
 - la costruzione di significato a partire dal corpo e dall'esperienza quotidiana (Embodiment Lakoff - Nunez);
- ❖ al Curricolo di Matematica elaborato dall'Unione Matematici Italiani (Matematica 2001, UMI);
- ❖ al Quadro di riferimento Invalsi;
- ❖ ad esperienze di innovazione nella didattica della matematica in corso in diverse università italiane (Arzarello, Bartolini Bussi, Zan, Tortora, Mellone, Di Martino e altri);

❖ all'idea di matematica come arte del problema.

*“Caratteristica della pratica matematica è la **risoluzione di problemi**, che devono essere intesi come questioni autentiche e significative, legate alla vita quotidiana, e non solo esercizi a carattere ripetitivo o quesiti ai quali si risponde semplicemente ricordando una definizione o una regola. Gradualmente, stimolato dalla guida dell'insegnante e dalla discussione con i pari, l'alunno imparerà ad affrontare con fiducia e determinazione situazioni problematiche, rappresentandole in diversi modi, conducendo le esplorazioni opportune, dedicando il tempo necessario alla precisa individuazione di ciò che è noto e di ciò che s'intende trovare, congetturando soluzioni e risultati, individuando possibili strategie risolutive.”*

(Indicazioni, 2012)

FARE MATEMATICA NEL PIANO DELL'OFFERTA FORMATIVA

Fare matematica significa aiutare gli alunni a leggere e a interpretare la realtà in termini di numeri, forme, figure e rapporti spaziali.

Intendiamo quindi insegnare la matematica nei suoi aspetti culturali e strumentali ma anche educare alla matematica costruendo contesti ricchi e stimolanti in cui i bambini/ragazzi possano pensare, osservare, ascoltare, discutere, costruire, giocare e divertirsi, porsi e porre domande, argomentare, formulare ipotesi e condividere spiegazioni, ordinare, classificare, misurare, rappresentare, mettere in relazione, generalizzare, capire e provare a formalizzare.

Partendo da situazioni di vita reale, dalle idee dei ragazzini, dalle loro esperienze e conoscenze strutturiamo percorsi di apprendimento articolati, complessi e non lineari per guidarli a costruirsi modelli di numero naturale, razionale e relativo, di sistema di numerazione come struttura e per aiutarli a capire e a usare con consapevolezza strategie, procedure e tecniche numeriche.

A partire dallo spazio naturale e fisico in cui siamo immersi, progettiamo uno spazio di laboratorio in cui sia possibile muoversi utilizzando punti e sistemi di riferimento e costruirsi immagini mentali di figure solide, piane e lineari. La consapevolezza degli intrecci e delle differenze tra linguaggio naturale e matematico ci conduce a considerare la lingua con particolare attenzione, a curare la precisione e la completezza del linguaggio come espressione di pensiero per evitare che i bambini ricorrano a frasi preorganizzate e a definizioni come “salvagente cognitivi” e quindi indizi del non capire.

Il curriculum di matematica presenta correlazioni trasversali tra l'area matematica e le altre aree disciplinari in particolare con la lingua italiana, le scienze e la tecnologia, ma anche la storia e la geografia per mettere in rilievo le differenze e le analogie nelle strategie di conoscenza e negli approcci alla complessità del mondo reale.

Per I TRAGUARDI PER LO SVILUPPO DI COMPETENZE dalla scuola dell'infanzia alla scuola secondaria si fa riferimento alle Indicazioni per il curriculum)

LA MEDIAZIONE DIDATTICA

*“Andare a prenderli là dove sono,
e trovare una strada per accompagnarli fin
dove li vogliamo condurre.”
Wittgenstein*

Per raggiungere i traguardi di competenza è necessaria una mediazione didattica forte ed efficace che, a partire dalla scuola dell'infanzia, sappia leggere, raccogliere, valorizzare e utilizzare al meglio tutti gli elementi di conoscenza esplicita ed implicita ponendosi due domande tra loro correlate:

Come fare ad aiutarli a capire? Come fare ad accorgersi se hanno capito? Cosa significa capire?

Capire è diverso da imparare, capire è ricostruzione mentale di un qualcosa che “funzioni con i fatti”, una “struttura risonante” e nel capire la motivazione gioca un ruolo importante per alunni e insegnanti. “L'apprendimento che si basa sul capire è il risultato di un processo di risonanza tra la sfera della cognizione individuale, la sfera culturale e le strutture della realtà, processo che si sviluppa attraverso percorsi di conoscenza di cui occorre tenere sotto efficace controllo le dinamiche di senso.” (Guidoni, Iannece e Tortora, 2005, p. 75)

L'apprendimento della matematica rappresenta, infatti, un fatto complesso che considera l'apprendimento di concetti, l'apprendimento di algoritmi (scegliere o costruire l'algoritmo adatto), l'apprendimento di strategie (scoprire, confrontare, scegliere) e l'apprendimento comunicativo (costruire ragionamenti riflettere, giustificare, argomentare,...) ¹

Una buona azione di mediazione mette quindi in risonanza gli aspetti fattuali, culturali, cognitivi, emotivi coinvolti nel processo di capire/imparare, valorizza le esperienze e le conoscenze degli alunni, progetta situazioni di “laboratorio”, favorisce l'esplorazione e la scoperta, incoraggia l'apprendimento collaborativo, controlla la coerenza tra i fatti e le loro interpretazioni, aiuta a ragionare per indizi cercando regolarità, favorisce la costruzione di schemi e modelli, promuove la consapevolezza delle modalità di apprendere.

Nel fare matematica con i bambini l'attività di mediazione può essere esplicitata con:

- **scegliere poche esperienze emblematiche/situazioni problematiche complesse** /situazioni prototipo intorno ai nuclei concettuali propri della matematica e organizzarle in famiglie di esperienze (campi concettuali/campi di esperienza/campi semantici Vergnaud - Boero) e utilizzare molte e diverse attività di routine (P. Mazzoli);
- **individuare la matematica nella quotidianità e quotidianizzare la matematica** aiutando a ragionare per modelli con la finalità di condurre dall'esperienza all'astrazione (da esperienze di spese a strutture additive e moltiplicative, da esperienze di cucina a strutture di pensiero

¹ “La mediazione culturale a scuola deve uscire dalla dipendenza passiva di contenuti - ricetta frammentari e incoerenti e assumersi la responsabilità di realizzare percorsi significativi per i bambini/ragazzi in contesto e basandosi su schemi – modello di sviluppo concettuale e operativo.” (P. Guidoni - Sceneggiatura – Piano ISS)

proporzionale);

- **valorizzare l'interazione tra scienze** (ombre, elasticità, movimento ecc.), **matematica e tecnologia** (costruzione di artefatti, uso di software interattivo che permette il learning by doing e l'apprendimento per scoperta) scegliendo contesti di lavoro adeguati;;
- **proporre esperienze senso motorie che coinvolgano i diversi stili di apprendimento.** ²
- **accettare dubbi, imprecisioni e utilizzare l'errore non solo come strumento diagnostico, ma come tappa insostituibile del percorso di apprendimento** ³
- **sviluppare strutture di pensiero trasversali** (discreto e continuo, guardare per differenza, guardare per rapporto) e **costruire reti di significati** ⁴
- **sviluppare la precisione e la completezza del linguaggio**

LE MODALITÀ DI LAVORO

In tutte le attività *della scuola dell'infanzia all'ultimo anno della scuola secondaria si ripetono* alcune modalità di lavoro che entrano a far parte della routine quotidiana nella didattica.

Partendo da situazioni problematiche reali e fantastiche, conducono gli alunni, attraverso riflessioni, confronti e discussioni, a rielaborare linguaggio, pensieri e conoscenze al fine di definire modelli matematici sempre più adatti a rappresentare la realtà in termini di numeri e di operazioni con una formalizzazione condivisa finale.

Si comincia a scoprire che per contare serve una centratura sull'UNO, ma uno può essere una cosa-individuo quindi staccata e facile da contare come le caramelle, oppure può essere costituita da molte parti come la classe (unità – gruppo) o può essere necessario trovare un'unità adatta a

² "Le dinamiche e la natura dettagliata dei nostri corpi, dei nostri cervelli e del nostro funzionamento quotidiano nel mondo struttura i concetti e i ragionamenti umani. Ciò include i concetti e i ragionamenti matematici. Gli esseri umani concettualizzano i concetti astratti in termini concreti, usando precise strutture inferenziali e modi di ragionare basati sul sistema senso-motorio." (Lakoff & Núñez, 2000; 2005)

"Le idee matematiche si fondano su meccanismi basati sul corpo e sull'esperienza quotidiana. Molte idee matematiche sono modi di matematizzare idee ordinarie: per esempio, l'idea di sottrazione matematizza l'idea ordinaria di distanza, l'idea di derivata matematizza l'idea ordinaria di variazione istantanea." (Lakoff & Núñez, 2000 ; 2005 in Ferrara, 2011)

³ "rifacendosi al significato etimologico della parola errore, quello di un cammino senza una direzione o una meta precisa, l'errore viene ad avere una dimensione costruttiva per affermare che spesso solo un tale tipo di esplorazione riesce a stimolare adeguatamente la curiosità e permette di conquistare concetti difficili, scoprire collegamenti tra cose diverse, confrontare idee e strategie, mettere alla prova procedure" (R. Borasi, in Tortora, Convegno UMI, 2015)

⁴ "di fatto possediamo due e solo due modi, cognitivamente elementari ma profondamente strutturanti in quanto radicati nella percezione e dell'azione, quindi nella lingua e nel pensiero naturali, per confrontare tra loro due elementi di realtà: che possono essere confrontati in quanto rappresentati da (proiettati su) due opportune variabili, di cui si confrontano i valori. Tali modi sono, ovviamente, la differenza fra variabili (rese semanticamente omogenee), e il rapporto fra variabili (qualunque). - Queste due modalità di confronto possono essere sempre attivate e co-attivate, in parallelo o in intreccio reciproco, a livello "locale" del contesto, dando ovviamente luogo a "risultati potenziali" diversi sia nell'aspetto numerico sia nella interpretazione." (P.Guidoni Ripensando il pensiero proporzionale)

contare attraverso spezzettamenti (acqua, lunghezza, superficie) e quindi ci sono cose che possono essere contate e altre che possono essere misurate solo con la discretizzazione di unità da replicare nell'operazione di misura.

A volte si parte da esperienze di movimento nello spazio (percorsi) e da attività legate alla forma (costruzione di oggetti) per creare attività pensate allo scopo di armonizzare l'idealità (astrattezza) delle figure geometriche in relazione con gli oggetti della realtà empirica. Altre volte ancora si lavora sciogliere zucchero, mescolare diversi liquidi avvia esperienze sulle trasformazioni dei materiali e delle sostanze insieme al calcolo delle dosi e delle proporzioni e della ricerca delle loro rappresentazioni.

Altre volte ancora si lavora nel laboratorio di cucina, si preparano dolci perché impastare, sciogliere zucchero, fondere il cioccolato, mescolare diversi liquidi avvia esperienze sulle trasformazioni dei materiali e delle sostanze insieme al calcolo delle dosi e delle proporzioni e della ricerca delle loro rappresentazioni.

Ogni percorso parte da una situazione problematica proposta dall'insegnante o dagli alunni stessi in una situazione aperta, contestualizzata e risonante, motivante per gli alunni e in area di sviluppo prossimale. L'insegnante incoraggia i bambini a mettersi in gioco, ad esplorare parlare, a partire dalle loro esperienze e mette in gioco lei stessa cercando ed esplorando con loro..

Si viene quindi a delineare quasi uno schema didattico, Tu, Voi insieme, Noi. Ognuno prova a pensare una soluzione (TU), poi a gruppi insieme (VOI INSIEME) si confrontano le soluzioni, se ne cercano altre e alla fine si arriva ad una soluzione condivisa (NOI).

IL LABORATORIO



Classe quarta "Triangoli"



Classe prima "La tenda matematica"

*In matematica, come nelle altre discipline scientifiche, è elemento fondamentale **il laboratorio**, inteso sia come luogo fisico sia come momento in cui l'alunno è attivo, formula le proprie ipotesi e ne controlla le conseguenze, progetta e sperimenta, discute e argomenta le proprie scelte, impara a raccogliere dati, negozia e costruisce significati, porta a conclusioni temporanee e a nuove aperture la costruzione delle conoscenze personali e collettive.*

(Indicazioni 2012)

I PROBLEMI

Le situazioni problematiche possono nascere nel contesto classe, nella realtà vicina alla scuola, (organizzazione di viaggi e feste, spese al mercato, coltivazioni e allevamenti, vendita di prodotti, giochi con le forze nel laboratorio di scienze, attività di costruzione nel laboratorio di tecnologia) possono essere storie fantastiche (La rapa gigante per iniziare a contare, il problema dei bocconi per avviare discorsi di proporzionalità, la storia dei pani per le frazioni), esperienze di singoli bambini da condividere. È importante che siano sempre “difficili”, che si muovano nella zona di sviluppo prossimale e trovino eco nella mente degli alunni (idea di risonanza).

Anche i giochi (giochi dell'oca, dama, tangram, corsa al quindici, giochi di carte, nim, campana, ecc.) rappresentano situazioni problematiche in interazione strategica, sono contesti in cui entrano in azione le sfide con se stessi e con gli altri, la consapevolezza, il piacere della scoperta, la previsione e il controllo delle strategie, l'argomentazione.

ALLEGATO: proposte di situazioni problematiche prototipo ed esempi di progettazione e di documentazione

PARLARE / DISCUTERE / ARGOMENTARE

“Una discussione matematica è una polifonia di voci articolate su un oggetto matematico (concetto, problema, procedura, ecc.), che costituisce un motivo dell'attività di insegnamento apprendimento.

(Bartolini, Bussi, Boni, Ferri, 2005, “Interazione sociale e conoscenza a scuola”)

Far **parlare** i bambini è ormai entrato a far parte delle comuni strategie didattiche, in molte classi si discute, sui libri e sulle riviste sono riportati stralci di parlato di bambini. In questo contesto insegnanti e alunni sono impegnati in un lungo esercizio e in un grande sforzo cognitivo: si impara lentamente ad ascoltare e ad ascoltarsi, a fare buone domande, a mettere insieme esperienze, idee diverse, modi diversi di guardare e di capire. L'insegnante compie una sistematica opera di mediazione tra gli oggetti della realtà, quello che i bambini pensano e dicono e la cultura matematica.

Parlare diventa **argomentare** con sollecitazioni come “Prova a spiegare il perché della scelta. Come avete fatto per... Confronta con... Spiega come avete fatto a... Prova a vedere se funziona anche quando... ponendo via via sempre più attenzione alla precisione e alla pertinenza del linguaggio.”

La **discussione** diventa così una metodologia di lavoro in contesti in cui si parla per esporre le idee personali, per spiegare il perché della propria scelta o delle scelte del gruppo per cercare di connettere aspetti già conosciuti con elementi nuovi, per ricercare insieme domande e risposte, per scambiare le idee con i compagni e con l'adulto, per sviluppare il pensiero indiziario e il pensiero riflessivo.

La discussione, a partire da situazioni problematiche complesse, può a volte sostituire efficacemente la spiegazione dell'insegnante in quanto nella discussione l'alunno è stimolato:

- a cercare spiegazioni per sé,
- a dare spiegazioni agli altri,
- a negoziare e condividere una spiegazione in una cornice argomentativa.

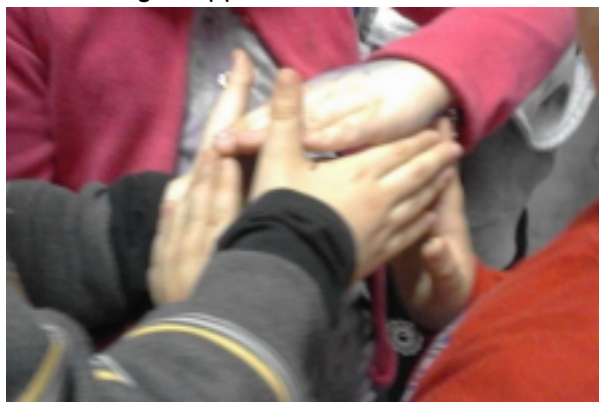
In questi casi il problema è insegnare a discutere. Si impara a prendere parte in una discussione gradualmente, se c'è una situazione problematica sfidante o un buon motivo per farlo; se c'è un clima positivo in cui ci si può interrogare e ci si può cimentare alla ricerca di spiegazioni senza timore di essere giudicati e anche se c'è un adulto che sa ascoltare, riprendere e rilanciare dando nuove sfide. Le metafore, le analogie, ma anche i connettivi che indicano salti meta-cognitivi come il “come se” e il “come quando” da parte degli alunni, sono indizi che rivelano che c'è costruzione di senso, attenzione e ascolto.

Alla fine della discussione possono essere richiamati dall'insegnante

- i momenti ritenuti importanti,
- le scoperte e le cose inattese,
- le cose nuove che si pensa di aver capito,
- le difficoltà incontrate,
- le cose non capite,
- le questioni aperte sulle quali sarà necessario ritornare.

COSTRUIRE / RAPPRESENTARE / DISEGNARE

L'apprendimento della matematica passa attraverso il corpo e le situazioni problematiche sono rappresentate da azioni legate all'esperienza dei bambini (apparecchiare la tavola, togliere e mettere oggetti in un gioco di strategia, andare a prendere n/cose per n/volte), dalla drammatizzazione di storie, dalla costruzione di figure con il corpo, dalla simulazione di un robot che si muove su indicazioni date; i gesti accompagnano soprattutto i processi cognitivi e con i segni rappresentano momenti essenziali nella costruzione del pensiero matematico.⁵



Quante mani per costruire le facciate di una casa?



Robotica con il corpo

⁵ Si tratta di prospettive nelle quali attività percettivo-motorie ed “embodied” come i movimenti corporei, i gesti, la manipolazione di materiali o artefatti, il disegnare, i ritmi, vengono ad assumere un ruolo prominente anche per il cosiddetto “pensiero astratto”. (C. Sabena e altri Seminario nazionale, Ricerca Didattica della Matematica, 2016)

Gesti e segni vengono ad avere un importante ruolo nell'apprendimento della matematica, gesti e parole aiutano a costruire e a ricostruire il pensiero matematico.

In questa attività il processo di problem solving può essere supportato da strumenti /artefatti (oggetti di uso quotidiano, denaro, scontrini, etichette con prezzi, strumenti di misura, abaci, ecc.) scelti con cura e consapevolezza dall'insegnante.

ALLEGATO: strumenti per fare matematica con brevi indicazioni per un buon uso

I disegni, i segni, gli schemi, i grafici rappresentano e unificano una molteplicità di esperienze, situazioni, azioni, per rendere più chiaro il pensiero a se stessi e agli altri, utilizzando anche solo frecce e simboli.

Il passaggio dal disegno spontaneo/disegno veristico alla rappresentazione matematica è un passaggio lungo che ha bisogno di mediazione attenta da parte dell'insegnante per farlo evolvere verso rappresentazione schematiche e astratte. E' importante aiutare gli alunni a costruire una rappresentazione simbolica significativa, senza proporre artefatti precostituiti in modo che l'alunno colga l'importanza del rappresentare per capire e comunicare.

E' un lungo lavoro che inizia dalla scuola dell'infanzia con il mimo e altri tipi di rappresentazione: le buone rappresentazioni non nascono spontaneamente ma hanno bisogno di un'attenzione da parte di insegnante e bambini "Con il vostro disegno fate capire cosa abbiamo fatto".

Il disegno/schema diventa quindi uno strumento potente di costruzione del pensiero e ogni elaborato fornisce all'insegnante un'enorme ricchezza di dati relativamente ai modi di pensare e di vedere di ogni alunno; la condivisione, la valorizzazione e la discussione dei diversi prodotti diventa un altro momento di costruzione di sapere collettivo.

SCRIVERE

A scrivere si impara con un duro lavoro che va dalla ricerca della parola giusta, della frase efficace che meglio spiega ciò che succede alla libertà di usare metafore quando non si trovano le parole per descrivere e per esprimere la complessità dei fatti.

Si scrive per:

- fare un resoconto dell'esperienza riflettendo da soli o in gruppo su quello che è accaduto
- per mettere a fuoco gli elementi che si ritengono importanti in seguito alla discussione,
- per esprimere quello che si pensa di aver capito o quello su cui non si è d'accordo
- per provare a ipotizzare o a scrivere frasi che contengono parole - concetti che si andranno via via ad esplorare (es: Scrivi tre frasi che contengano la parola angolo)

E' una sorta di scrittura riflessiva che aiuta i bambini a ripercorrere la strada fatta, ad acquisire consapevolezza del loro percorso cognitivo.

A volte si scrive insieme a più mani, altre volte si scrive da soli, i testi individuali letti e condivisi a volte sintetizzati in testi di classe possono costituire la base per la costruzione del libro di matematica della classe che va ben al di là dei sussidiari in uso.

Anche l'insegnante scrive quando si fa matematica prende appunti per fissare le idee che emergono durante le discussioni, è la mano dei bambini quando non sanno ancora scrivere e racconta nel diario di bordo lo svolgersi dell'attività in classe.

Fare, parlare / discutere, pensare, rappresentare in modi diversi diventano le azioni/ingredienti per costruire **modelli** per capire i fatti del mondo.

I modelli che, più o meno "spontaneamente", i ragazzi elaborano durante le diverse esperienze facendo ricorso a disegni, esempi, metafore, analogie

vanno fatti evolvere in modelli matematici che rendano le descrizioni più efficaci e aiutino a costruire competenze.

Per **modellizzazione**, infatti intendiamo un processo complesso, non lineare e tanto meno unidirezionale, nel quale le strutture formali non sono che uno dei modi correlati in cui prende forma la ricostruzione cognitiva del mondo. In questo senso, un percorso di modellizzazione non si esaurisce nel guidare gli studenti verso l'astrazione, attraverso una gerarchia standard di rappresentazioni (azioni, disegni, parole, tabelle, grafici ...) la cui ultima tappa è la formulazione matematica di fenomenologie scelte ad hoc, ma si sviluppa in contesti specifici, su tempi lunghi, possibilmente lungo tutto l'arco della formazione scolastica, in parallelo ed in integrazione con lo sviluppo interno della disciplina. Parte integrante di questo percorso è il passaggio graduale da descrizioni ingenui, semplificate di fenomeni definiti spesso con approssimazione, a rappresentazioni sempre più raffinate di situazioni meglio delineate, fino alla precisione richiesta dall'approccio scientifico.⁶

LA VALUTAZIONE

Quando si fa matematica la valutazione diventa una valutazione autentica, una valutazione che ricorre continuamente nel contesto di un apprendimento significativo e riflette le esperienze di apprendimento reale. L'accento è sulla riflessione, sulla comprensione e sulla crescita piuttosto che sulle risposte fondate solo sul ricordo di fatti isolati.

L'intento della valutazione è quello di coinvolgere gli studenti in compiti che richiedono di applicare le conoscenze nel mondo reale. La valutazione autentica scoraggia le prove carta e penna sconnesse dalle attività di insegnamento e di apprendimento che al momento avvengono. Nella valutazione autentica c'è un intento personale, una ragione ad impegnarsi e un ascolto vero al di là delle capacità dell'insegnante. (Winograd, F.D. PerKins in M. Comoglio, La valutazione autentica)

I test e le prove oggettive si rivelano quindi inefficaci a rispecchiare la complessità di ciò che avviene in classe quando si mettono in movimento competenze che non riguardano solo il sapere, ma anche il saper fare, il sapere imparare e il saper essere. La valutazione tradizionale non si rivela quindi adatta a monitorare i percorsi di crescita dei diversi bambini e non sembra funzionale a una continua messa a punto dell'azione didattica dell'insegnante.

"A conclusione di qualsiasi intervento viene proposta una scheda, un questionario o qualcosa del genere per essere sicuri che tutto sia verificato, così non ci si riesce ad accorgersi di quanto di buono accade nella classe, prima, dopo e nonostante le verifiche"

(P. Mazzoli "La verifica per la didattica e non la didattica per la verifica - in I modi di far scienze - Bollati Boringhieri)

Ci sono prove oggettive atte a mettere in evidenza cosa pensa un bambino mentre prova a contare l'acqua o la farina, mentre prova a risolvere un

⁶ Diventa importante porre attenzione alla qualità delle esperienze proposte e alle teorie matematiche sottese fornendo tanti contesti variegati di esperienza in modo da permettere ai bambini di costruirsi modelli matematicamente corretti. Ad esempio, accettando il modello intuitivo di moltiplicazione tra numeri naturali ed avendolo erroneamente esteso a tutte le moltiplicazioni, modello intuitivo rafforzato dalle raffigurazioni schematiche (per schieramento), si forma un modello parassita che si può enunciare così: la moltiplicazione accresce sempre, deve accrescere sempre. (B. D'Amore, Immagini e modelli in matematica)

problema intricato di divisioni e di sottrazioni?

Fino a che punto una prova a risposta chiusa aiuta il bambino a comprendere cosa ha capito relativamente alle esperienze di proporzionalità e aiuta l'insegnante a ripensare ed eventualmente a riprogettare il percorso?

Diventa allora necessario esplorare modalità di valutazione coerenti con le modalità di lavoro in aula e in laboratorio, cercare strumenti diversi ed efficaci per esplorare i diversi modi di vedere il mondo da parte dei bambini, raccogliere una pluralità di dati e poter così valutare sensatamente ciò che avviene in classe.

Ad esempio, attraverso la registrazione e la trascrizione di discussioni l'insegnante può ripercorrere in differita l'attività in classe, vedere la ricchezza del parlato dei bambini, rintracciare spie cognitive, relazionali e disciplinari che permettono di capire dov'è ogni bambino e trovare spunti per riflettere sulle proprie modalità di lavoro con i ragazzini.

Può inoltre cogliere importanti spie linguistiche che segnalano ostacoli di apprendimento o apprendimenti in atto, l'uso di metafore, le analogie utilizzate dai ragazzini per costruirsi spiegazioni, l'utilizzo di "è come se", "dipende", "è come quando" come indicatori di ragionamento e di uso di pensiero ipotetico.

Tenere un diario di bordo e scrivere note sul campo aiuta a fissare le osservazioni colte al volo durante le attività e a ricostruire a poco a poco il contesto.

Fotografie e video aiutano a fissare gesti e espressioni corporee durante le attività. Ascoltare i bambini e sostituire, dopo un lavoro, voti, giudizi svalutanti e commenti generici come "Esatto" "5 errori" con feedback precisi e puntuali, domande che sollecitano riflessioni, aiuta i ragazzini a diventare consapevoli di cosa hanno fatto, delle strategie che hanno usato e fornisce all'insegnante un'enorme quantità di informazioni. Richiedere ai bambini feedback dopo attività significative e rispecchiarli in uno spazio di dialogo costante simmetrico e bidirezionale aiuta l'insegnante a capire dove è ognuno per offrirgli opportunità di crescita cognitiva. Si possono raccogliere feedback fin dalle prime classi in momenti informali o in spazi definiti, con semplici domande, con un'intervista, con una scrittura libera oppure guidata da piste di riflessione condivise con i ragazzini che permettano in seguito la discussione e il confronto nel gruppo dei pari.

Costruire rubriche può essere di aiuto a descrivere livelli di competenza raggiunti. Raccogliere tutti prodotti dei bambini, disegni, schemi, appunti, relazioni e i feedback alla fine dei lavori aiuta a comprendere il percorso di crescita del singolo bambino e del gruppo e aiuta l'insegnante a ripensare la propria azione in un'ottica di pensiero riflessivo e di autovalutazione professionale.

ALLEGATO: autovalutazione dell'attività in classe

BIBLIOGRAFIA DI RIFERIMENTO

- P. Mazzoli (a cura di) Capire si può - Educazione scientifica e matematica Carocci Faber, 2005 - Bartolini Bussi - Aritmetica in pratica - Strumenti e strategie della tradizione cinese a scuola Erikson
- D. Merlo La retta dei numeri strumento o problema? Intervento a un convegno Spinea, 2008 - Matematica, 2001 UMI
<http://umi.dm.unibo.it/old/italiano/Matematica2001/matematica2001.html> - Matematica, 2003 UMI
- Indicazioni per il curriculum, 2012 Miur
- Arzarello, Bazzini, Ferrara, Sabena, Andrà, Merlo & Villa, Matematica: non è solo questione di testa. Strumenti per osservare i processi di apprendimento in classe Erickson, 201 - M. Mellone e M. Pezzia, Un progetto di ricerca-azione sulle strutture aritmetiche nella scuola di base
- Abbott, E. A.(1993). Flatlandia. Racconto fantastico a più dimensioni. Milano, Adelphi Aiofi, A. M. (2009)
- A.Aiofi, Numeri, spazio e tempo. Attività di scienze per fare matematica. Roma, Carocci Faber - Bartolini Bussi Matematica. I numeri e lo spazio, Juvenilia, 2008
- Bonotto, Quotidianizzare la matematica, Pensa Multimedia Milano, 2007 - Sbaragli S. (2011), Buone pratiche d'aula in matematica. Percorsi didattici in continuità tra scuola dell'infanzia e secondaria di secondo grado. Bologna, Pitagora.
- R. Zan Problemi di matematica- difficoltà di comprensione e formulazione del testo, Carocci Faber, 2016
- Butterworth B. (1999). Intelligenza matematica, Ed. Rizzoli
- Iannece D. & Tortora R. (2007 a). La risonanza nei processi di apprendimento, XXIV Seminario Nazionale di Ricerca in Didattica della Matematica, dal sito internet <http://www.dm.unito.it/semdidattica/mat07.php>
- Zan R. (2006). Difficoltà in matematica - osservare, interpretare, intervenire. Springer, Italia - Arcà Guidoni, P. (2008). Guardare per sistemi, guardare per variabili. Supplemento al Bollettino trimestrale dell'Associazione per l'Insegnamento della Fisica, n. 2, aprile-giugno 2008 - Abbott, E. A.(1993). Flatlandia. Racconto fantastico a più dimensioni. Milano, Adelphi - D'Amore, Marazzani "Un concetto dall'apprendimento complesso:l'angolo In: D'Amore B., Sbaragli S. in Pratiche matematiche e didattiche in aula. Atti del Convegno Nazionale "Incontri con la matematica" n. 23. Castel San Pietro Terme, 6-7-8 novembre 2009. Bologna: Pitagora. - R. Tortora la competenza nella comunicazione intervento Seminario Ciim , Bardonecchia, 2016 - E. Castelnuovo, Pentole, ombre, formiche, In viaggio con la matematica
- Utet Università www.percontare.asphi.it/
- [/www.scuolavalore.indire.it](http://www.scuolavalore.indire.it)
- GeoGebra, Software open source scaricabile da <http://www.geogebra.org/cms/en/installers> - GeoGebra per la scuola elementare in http://splashscuola.altervista.org/esercizi/geogebra/geogebra_elementare.shtm

NUCLEO TEMATICO: NUMERI

Contare è un'azione che nasce da una necessità, richiede di discernere delle singolarità, richiede centrature soggettive di attenzione e di registrare il ritmo n. volte. (P. Guidoni)

L'apprendimento significativo dell'aritmetica elementare è uno dei compiti più complessi che la mente umana si trovi ad affrontare. (Dehaene)

A partire dal contare piccoli numeri si apre la strada a due dinamiche concettuali cruciali, che fondano fin dall'inizio il “senso del numero” e ne condizionano ogni suo ulteriore sviluppo:

1) se (appena) appaiono “numeri”, appaiono anche “operazioni possibili fra numeri”, che da subito permettono di scoprire/imporre relazioni e strutture di relazioni fra le numerosità di gruppi diversi: e qui si intendono tutte le operazioni, da gestire all'inizio con numeri piccoli(ssimi): quelle che permettono di controllare gli effetti dell'aggiungere e del togliere cose o azioni omogenee, quelle che permettono di “moltiplicare” e “ripartire” (cose...volte...cose alla volta...), quelle, anche, che permettono di frazionare in modo semplice “unità” frazionabili e di ricomporne la parti... e così via;

2) appena padroneggiata e apprezzata la potenza di interpretazione e progettazione associata alla gestione della numerosità, si passa ad imporre (in casi semplici, a cominciare dalle situazioni di estensione spaziale a una due tre dimensioni) una struttura-di-numerosità anche alle variabili continue: si passa cioè, sempre con numeri piccoli e con “unità” arbitrarie, alla gestione delle operazioni di misura. (Questo è plausibile e possibile proprio perché numerosità e variabili continue soddisfano alle stesse relazioni d'ordine) - A questo punto è possibile passare in modo motivato ed efficace ai “trucchi” culturali (agli algoritmi) che permettono di gestire i “numeri grandi” e le operazioni fra numeri grandi fossero numeri piccoli (in sostanza, entro il dieci – una volta padroneggiato il “trucco” dell'abaco). Ma al di là di tutte le (inevitabili) complessità e contorsioni delle tecniche, il senso del numero avrà messo radici solide, evidenti, fin dall'inizio e progressivamente, per esempio nell'affrontare “problemi” di ogni tipo, nell'associare la padronanza dei numeri a quella dello spazio del tempo e della causalità, soprattutto nel vedere nei numeri non un ostacolo ma un aiuto cruciale a interpretare e controllare la complessità del reale.

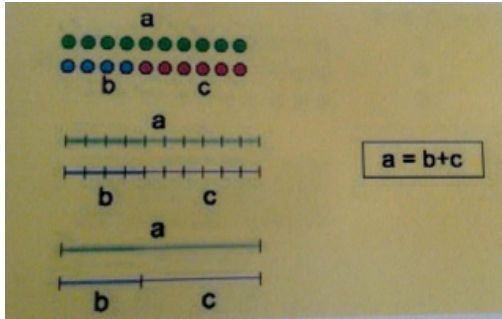
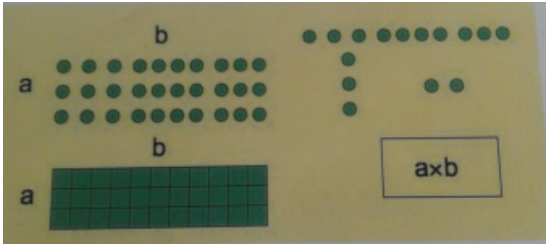
(P. Guidoni)

NUCLEO: Numeri			
OBIETTIVI		PROPOSTE OPERATIVE	INDICAZIONI
INFANZIA			
3/4 anni	Raggruppa e ordina oggetti e materiali in base a criteri diversi	Attività di routine (conteggio delle presenze, distribuzione degli incarichi). Recitare rime e filastrocche per memorizzare elenchi (come i giorni della settimana). Giocare con il corpo: quanti saltelli o passi devo fare per arrivare a...(passi piccoli da formica, passi giganti, da elefante). Fare delle torri di costruzioni partendo dal più grande al più piccolo e viceversa. C'era una volta...conta e racconta (i 3 orsi e Riccioli d'oro, I 3 porcellini, Cappuccetto Rosso ecc.) Dividere gli animali della storia in base alle loro caratteristiche (quanti hanno le ali, quanti hanno 4 zampe...). Conte, canzoni, filastrocche e giochi (gli elefanti sul filo della ragnatela, filastrocca di Verdocchia la ranocchia). Gioco dell'oca: riconoscere i numeri da 1 a 5, associarli alle quantità e contare. Percorsi motori con semplici attrezzi: cerchi, coni, palle morbide ... Formare insiemi di oggetti in base a forma e colore. Formare insiemi di oggetti in base alla dimensione: grande, piccolo. Eseguire semplici incarichi come preparare un tavolo della mensa (stabilire nel momento del calendario da quanti bambini è composto il tavolo, contare i bicchieri, le posate, i piatti e collocarli in	Il GIOCO è la modalità d'azione concreta che permette sia l'arricchimento dell'esperienza che la riorganizzazione tramite la riflessione. Partendo da situazioni problematiche reali e fantastiche porre attenzione ai bisogni dei bambini ed ai loro interessi e curiosità per dare modo di osservare, parlare/discutere, porre domande, fare ipotesi, verificare e rappresentare.

		modo corretto sul tavolo).	
5 anni	Raggruppa e ordina oggetti e materiali in base a criteri diversi e ne esplicita le proprietà	Attività di routine (calendario: conteggio delle presenze, contare i maschi e le femmine, contare i bambini che mangiano a scuola, distribuzione degli incarichi, osservazione e registrazione del tempo meteorologico). Eseguire semplici incarichi come preparare un tavolo della mensa (stabilire nel momento del calendario da quanti bambini è composto il tavolo, contare i bicchieri, le posate, i piatti e collocarli in modo corretto sul tavolo). Recitare filastrocche per memorizzare elenchi (come i giorni della settimana e i mesi dell'anno). Andare a caccia di numeri: cercarli, tagliarli, incollarli. Numeri nelle storie: Il bruco golosone (è la storia di un bruco così goloso che mangiava tantissimo un giorno era riuscito a mangiare : una foglia, un 2 mele,3 fragole....fino 10 cose poi a fine giornata aveva la pancia così piena che si era addormentato.). Ogni bambino costruisce il suo bruco golosone. Giochi:(es: gli elefanti sul filo della ragnatela, regina reginella, gioco dell'oca, campana, ruba bandiera, 1 2 3 stella, il salto delle rane, la ballata degli elefanti...). Raggruppare oggetti in base a: forma, colore, grandezza, funzione. Raggruppare oggetti in base alla dimensione: grande/piccolo, alto/basso, lungo/corto. Percorsi motori strutturati e inventati dai bambini con semplici attrezzi. Misurare i percorsi con vari strumenti: corde, mattoncini, piedi... e rappresentare il percorso.	

	Usa simboli non convenzionali per registrare materiali e quantità	Ricetta della pasta di sale (quanti bicchieri di farina, sale ed acqua servono ? Quanti cucchiari di farina sale ed acqua servono?). Misurare gli ingredienti con strumenti di vario tipo: cucchiari, bicchieri, recipienti, la mano... dare i numeri ad un mucchio di farina, di sale e all'acqua. Eseguire semplici rilevazioni statistiche(sui cibi,su caratteristiche fisiche, sul tempo). Ricetta della macedonia. Mescolare acqua e colore. Giochi di quantificazione di elementi: di piu', di meno' maggiore , minore ed elaborazione di grafici con simboli non convenzionali. Utilizzare tabelle per registrare il tempo metereologico di tutto il mese. Registrare ogni giorno le presenze dei bambini a scuola sul calendario affisso in sezione e confrontarle a fine settimana. Eseguire strutture ritmiche di 2 o più elementi(oggetti, colori, forme, figure...). Formulare in situazioni problematiche poste dal vissuto, la soluzione da raggiungere. Concatenare le azioni necessarie alla risoluzione.	
PRIMARIA	OBIETTIVI DI APPRENDIMENTO	PROPOSTE OPERATIVE	INDICAZIONI
Classe prima	Conta oggetti esplicitando le azioni fatte con parole, disegni e segni. Opera in situazioni di aggiungere, togliere, replicare e ripartire rappresentando con numeri e segni.	Le collezioni: guardare per proprietà e fare classificazioni. Fare famiglie (insiemi). Domino di uguale e diverso con relativa simbologia. Utilizzo dei numeri in situazioni diverse (a caccia di numeri nelle attività quotidiane, cosa si può contare, contare per vedere quanto è lunga la strada, quanti bambini mangiano a scuola, quanto	Porre attenzione: * al contare quantità discrete e quantità continue (anche a salti di due e di tre) * al significato dell'uno in un'ottica di sviluppo del contare per misurare; * ai gesti del contare e ai relativi segni grafici (freccie con verso opposto); * alle azioni-operazioni (aggiungere,

	Conosce, legge e scrive i numeri e li colloca sulla retta. Conosce le coppie di addendi per formare 10.	tempo impiego per arrivare in fondo al corridoio, quanto è duro un sasso, quanti gruppi posso fare di un grande mucchio di cose, azioni di conta nella routine, filastrocche di numeri ecc. Pallottoliere per le presenze/assenze. Giochi (es. il gigante e la scatola nera, il gioco dell'attesa) e storie per contare. La storia di Martina e il Gigante (gruppi e gruppo decina). La ballata degli elefanti (passi indietro e passi avanti), il mostro del riso, la tenda matematica ecc. Fare pacchetti da 2-5-10, gruppi, famiglie ecc. Uno: intero, pacchetto, frazionato	togliere, mettere insieme, replicare, distribuire); * alle parole e ai disegni dei bambini; * alla costruzione "ragionata" di una prima linea dei numeri; * al ragionare su fatti concreti e a discutere con i compagni; * allo scrivere per dare forma ai propri ragionamenti e * al disegnare l'esperienza vissuta.
Classe seconda	Padroneggia i numeri nell'ordine delle centinaia. Scopre strategie di calcolo mentale e scritto per le operazioni e le confronta con i compagni per condividere le più economiche. Riconosce, nel proprio vissuto, situazioni in cui è necessario applicare una specifica abilità di calcolo.	Quanto è grande 100. (UMI 2001) Numero positivo e negativo: su e giù con l'ascensore. Prestiti e debiti in contesti di esperienza/gioco. Strutture additive (ballata degli elefanti per l'approccio ai numeri relativi). Organizzazione di una bancarella allestita dagli alunni, situazioni problematiche di compra-vendita relative a mercatini organizzati dalle classi. Ogni attività farà riferimento alla metafora spaziale della struttura additiva (fig.1) che mette in evidenza uno schema di compensazione; le relazioni tra le operazioni di addizione e sottrazione sono viste come due aspetti simmetrici della medesima struttura (sia in caso di discreto, che di continuo discretizzato, che di	Lavorare sulla struttura del numero (sintassi): valore delle cifre in base alla posizione nel numero (cambi con materiale multibase e abaco). Confronto tra numeri (maggiore e minore). Ricerca situazioni concrete di mettere insieme (materiali discreti e continui), separare, ripartire e replicare ponendo attenzione al significato dell'operazione e alla memorizzazione del relativo simbolo matematico. Porre attenzione alla funzionalità della struttura additiva (addizione e sottrazione) e alla struttura moltiplicativa (moltiplicazione e divisione). Proporre situazioni problematiche concrete e significative che scaturiscono dai diversi contesti della vita quotidiana

		 continuo). Fig.1 Schema concettuale della struttura additiva. Strutture moltiplicative (situazioni problematiche con cose, volte, cose alla volta in situazioni di viaggi, replicazione di gesti, ecc.), i problemi di Gioele, storie di pecore e viaggi.  Fig.2 Schema bidimensionale della struttura moltiplicativa.⁷ Il gioco dell'oca per conteggio avanti e indietro (strategie per vincere, tiri con il/i dado/i). Giochi di carte Il problema delle boccate (proporzione). Il problema della vespa. Il problema dello zucchero (rapporto). Il problema delle pizze.	(frazionare merendine, dividere caramelle, tagliare torte ecc.). Problemi lampo. Ricette per le torte o biscotti (dosi per...) Importante la memorizzazione delle numerazioni e delle tabelline del 2, del 3, del 5 e del 10. Evitare algoritmi di calcoli in colonna che precludono abilità di calcolo mentale e relativa ricerca di strategie.
--	--	--	---

⁷“Le difficoltà principali nelle strutture moltiplicative si basano sulle proprietà dimensionali delle quantità e degli operatori coinvolti” (Vergnaud, 1983). La struttura additiva, come si è visto, opera con elementi appartenenti alla stessa classe, omogenei dal punto di vista del significato; essa è, infatti, facilmente rappresentabile attraverso uno schema di compensazione unidimensionale (fig.1), o anche attraverso uno schema lineare di spostamenti avanti e indietro su una linea (cfr. attività della “ballata degli elefanti”). La struttura moltiplicativa, al contrario, è organizzata su due dimensioni, generalmente, disomogenee, corrispondente ad una grandissima varietà di situazioni reali. Questa forse è stata, ed è, la grossa difficoltà con la quale ci si scontra a livello di insegnamento e apprendimento, e con la quale si sono scontrati e si scontrano molti ricercatori in educazione matematica.

(M.Mellone, M.Pezzia – Fig.2)

		Il problema dei cioccolatini. Gli orchi gigantini (doppio-triplo_metà-terzo). L'albero di Munari (doppio). L'ascensore di Pippo (numeri relativi). Gioco del cameriere e del muratore (moltiplicazione e divisione).	
Classe terza	Aggiunge, mette insieme, replica e ripartisce, rappresentando con disegni, numeri, segni e con le operazioni aritmetiche. Scopre strategie di calcolo mentale e scritto per contare, confrontandole con i compagni per individuare le più economiche e utilizzarle adeguatamente.	Quanto è grande 1000. (UMI 2001) Ricerca di strategie per contare operazioni in riga e condivisione con il gruppo classe per individuare quelle più economiche e funzionali in base alle situazioni. Materiale strutturato: Abaco e BAM per consolidare la struttura del numero. Numerazioni scritte e a mente (veloci). Il problema del come si può fare: prendine 3 ogni 4 Il problema di tappi di plastica. Rotelle di liquirizia da frazionare. Numeri decimali collegati ad attività pratiche di compravendita con l'euro. Schematizzazione dei tanti tipi di numeri: naturali, dell'orologio (ciclici), relativi (retta degli elefanti e linea del tempo) e razionali.	Struttura (sintattica) del numero come insieme di cifre che assumono valori diversi in base alla posizione. Proporre situazioni problematiche concrete e significative che scaturiscono dai diversi contesti della vita quotidiana (frazionare merendine, dividere caramelle, tagliare torte ecc.). Ricette per le torte o biscotti (dosi per...) Importante la memorizzazione delle numerazioni e delle tabelline del 4, del 6, del 7, dell'8, del 9.
Classe quarta	Comprende il testo di una situazione problematica, cerca, riconosce ed utilizza indizi utili per fare previsioni di soluzione. Leggere, scrivere, confrontare numeri naturali e decimali Eseguire le quattro operazioni, valutando l'opportunità di ricorrere al calcolo mentale o scritto a seconda delle situazioni	Situazioni problematiche di vita quotidiana in cui le esperienze permettano ai bambini di fare, guardare, scoprire, rappresentare, argomentare, confrontare, ordinare, classificare, utilizzare i numeri e compiere operazioni matematiche. Strutture additive e moltiplicative con situazioni di vita reale (spese, prezzi al chilo e rappresentazione con grafici, gestione di un mercato, storie come il problema del maiale, il problema dei Muli, ecc.) Ricerca di regolarità nei numeri (sequenze criteri per costruirle, multipli e divisori).	Lavorare per approssimazione e stima. Iniziare a discriminare quando posso usare il calcolo a mente e quando è necessario ricorrere all'algoritmo. Uso dei numeri decimali legati ad attività di vita reale (spesa, misure con strumenti convenzionali). Storia dei numeri: uso di diverse strategie (conto come i sumeri, sistema di numerazione egizio, divisione

	Operare con le frazioni e riconoscere frazioni equivalenti, apparenti, complementari	Misura di lunghezze, superfici, volumi come sviluppo del contare proprietà continue in situazioni di laboratorio di tecnologia (costruzione di oggetti, giochi) e di scienze. Frazioni (tutti i tipi), rapporti e proporzioni con quantità discrete e continue. Divisione: significato e procedure, numeri razionali e retta dei numeri (UMI 2001 e Pensiero proporzionale). Il problema del come si può fare: prendine 4 ogni 3 (introduzione alle frazioni improprie). Il problema delle patate. Rapporti tra numeri: il problema delle figurine. Problemi di frazioni (Capire si può)	canadase, moltiplicazione araba, ecc..)
Classe quinta	Padroneggia abilità di calcolo orale e scritto (addizione, sottrazione, moltiplicazione e divisione) con i numeri interi e decimali. Ipotizza il risultato di un'operazione, utilizzando anche l'approssimazione e l'arrotondamento. Confronta, ordina le frazioni e le colloca sulla linea dei numeri. Utilizzare numeri decimali, frazioni e percentuali per descrivere situazioni quotidiane.	Strutture additive e moltiplicative con situazioni di vita reale (spese, sconti aumenti, prestiti e interessi, prezzi al chilo e rappresentazione con grafici, gestione di un mercato e di una banca, storie come il problema del maiale, il problema dei Muli, ecc.) Ricerca di regolarità nei numeri (sequenze criteri per costruirle, multipli e divisori). Proprietà delle operazioni. Misura di lunghezze, superfici, volumi come sviluppo del contare proprietà continue in situazioni di laboratorio di tecnologia (costruzione di oggetti, giochi) e di scienze. Rappresentazioni visuo-spaziali per focalizzare l'attenzione sugli aspetti strutturali delle operazioni. Frazioni (tutti i tipi), rapporti e proporzioni con quantità discrete e continue, divisione, significato e procedure, numeri razionali e retta dei numeri (UMI 2001 e Pensiero proporzionale). Formalizzazione del pensiero proporzionale e dei "modi di guardare": differenza tra variabili (rese	La scoperta delle strategie di calcolo mentale e degli algoritmi di calcolo scritto si sviluppano lungo tutto il percorso a partire da situazioni problematiche in contesti di senso con atteggiamenti di ricerca (etno aritmetica) e accanto agli algoritmi classici trovano posto algoritmi appartenenti ad altre culture, a volte di aiuto per una effettiva didattica inclusiva (moltiplicazione araba, cinese, ecc.) Passare dalle operazioni singole "guardare secondo tre numeri" (operazioni singole) alla padronanza del "guardare secondo quattro numeri" fondamentali tra due variabili (traslazioni e proporzioni, lavorare a differenza o a somma costante, a rapporto o a prodotto costante) Costruzione di problemi isomorfi in base

		semanticamente omogenee) e il rapporto tra queste variabili. Problema del pesce per lo sviluppo del pensiero algebrico. Problema dello zucchero (bilance, brocca, acqua). Problema dei pani (pane e pensiero). Problema della marmellata Percentuali, sconti, aumenti e interessi.	ad un prototipo (es.: problema dello zucchero) lavorando su movimento e velocità uniformi, spesa e prezzi uniformi ecc.
SECONDARIA			
prima	Eseguire operazioni e confronto tra numeri a mente ed utilizzando strumenti di calcolo quali calcolatrice o tavole numeriche, verificando la plausibilità del risultato. Operare con le potenze di un numero applicando in modo opportuno le relative proprietà. Scrivere un numero in notazione scientifica e determinare l'ordine di grandezza. Applicare i criteri di divisibilità per scomporre un numero in fattori primi. Calcolare il m.c.m. ed M.C.D. tra numeri. Acquisire il concetto di frazione come operatore. Acquisire il concetto di unità frazionaria. Confrontare frazioni. Operare con frazioni equivalenti per ridurre ai minimi termini, per confrontare, per operare con frazioni. Svolgere operazioni tra frazioni. Risolvere problemi con frazioni.	Proporre giochi sul calcolo numerico per consolidare e rendere veloce il calcolo mentale. <u>Gioco del bersaglio, Sudoku, Mathler, Numbler</u> Attività <u>Chicchi di riso</u> <i>Scienze: la duplicazione cellulare</i> come spunto per esercitarsi con le potenze Esercizi per consolidare l'apprendimento dei criteri di divisibilità e l'applicazione dell'algoritmo procedurale della scomposizione in fattori primi. Giochi con multipli e divisori (es. <i>successioni numeriche</i>) Rappresentazione grafica delle frazioni (grafici a torte, rettangoli, ecc..) con l'utilizzo di modelli differenti. Esercizi per consolidare l'applicazione dell'algoritmo procedurale per le operazioni tra frazioni.	Insistere sull'enunciazione delle proprietà e sull'acquisizione degli algoritmi procedurali. Prestare particolare attenzione al concetto di frazione come operatore.

	Operare con le percentuali utilizzando come modello la frazione.	Attività: <i>I mangiatori di patate</i>	
seconda	Operare con i numeri decimali. Acquisire il concetto di frazione come numero razionale. Acquisire il concetto di numero irrazionale. Eseguire operazioni con i radicali. Determinare il rapporto tra grandezze omogenee e non omogenee. Impostare e risolvere una proporzione come uguaglianza tra due rapporti. Descrivere e costruire relazioni tra grandezze: riconoscere analogie e differenze. Riconoscere in fatti e fenomeni relazioni tra grandezze. Usare coordinate cartesiane, diagrammi, tabelle per rappresentare relazioni e funzioni. Operare con grandezze direttamente e inversamente proporzionali, scriverne e rappresentarne la relazione sul piano cartesiano. Operare con le percentuali utilizzando come modello le proporzioni. Risolvere problemi in contesti di realtà utilizzando proporzioni e percentuali.	Esercizi per risalire alla frazione generatrice. Lettura di un brano del Menone di Platone. La duplicazione del quadrato per introdurre la radice di 2. Situazioni problematiche reali che prevedano l'uso di una proporzione (es. <i>ricette gastronomiche, proporzioni nel corpo umano</i>) Introduzione al concetto di relazione e di funzione. Situazioni problematiche reali che prevedano l'uso delle percentuali (es. <i>sconti, calcolo dell'IVA, aumento/diminuzione di valore dei beni commerciabili</i>)	
terza	Conoscere e distinguere gli insiemi numerici. Operare con i numeri reali. Utilizzare le lettere per esprimere in forma generale semplici proprietà e regolarità (numeriche, geometriche, fisiche).	Recupero delle rappresentazioni insiemistiche. Rappresentare numeri sulla retta reale. Utilizzo del modello retta reale anche disposto verticalmente (es. sopra-sotto l'acqua).	

	Costruire e interpretare espressioni letterali per generalizzare relazioni e proprietà . Operare con le espressioni letterali. Usare coordinate cartesiane, diagrammi, tabelle per rappresentare relazioni e funzioni. Risolvere problemi utilizzando equazioni numeriche di primo grado.	Situazioni reali in cui trovare i numeri relativi (es. <i>termometro, movimento di un sommergibile, conto corrente in perdita</i>) Tradurre semplici situazioni in espressione letterale (es. <i>frigorifero</i>)	
--	---	---	--

NUCLEO TEMATICO: SPAZIO E FIGURE

“La Geometria può essere significativa solo se esprime le sue relazioni con lo spazio dell'esperienza [...] essa è una delle migliori opportunità per matematizzare la realtà”. (Freudenthal, Mathematics as an Educational Task)

“La geometria si presenta dentro la realtà, come semplificazione di una realtà, come «scarnificazione» della realtà fino a ridurla al suo puro scheletro, anzi ad una struttura mentale, limite ideale della struttura fisica. Perché i punti, le rette, i piani della geometria razionale sono 7 «enti razionali», costruzioni della ragione, astrazioni, che aderiscono però alla struttura delle realtà «empiriche» dalle quali sono dedotte”.

(C. F. Manara, “Problemi di didattica della matematica”, La Scuola)

L'esperienza fornisce molte informazioni spaziali legate alla forma, alle dimensioni, alla posizione degli oggetti; caratteristiche che risultano importanti per un primo approccio all'apprendimento in campo geometrico ma solo un'attenta mediazione didattica permette la costruzione di modelli di figure geometriche come immagini mentali.

Diventa quindi necessario partire dallo spazio tridimensionale in cui si vive per passare alla bidimensionalità con continui viaggi di andata e ritorno dallo spazio al piano e viceversa e progettare unità di lavoro e percorsi adatti ad armonizzare l'astrattezza delle figure geometriche (immagini mentali) con gli oggetti della realtà. Un rettangolo, in termini geometrici, non è l'immagine di un oggetto reale – anche se può essere legato a qualche oggetto reale, per esempio ad un foglio di carta, ma condivide con esso quelle proprietà che sono determinate dalla sua definizione.

I punti (oggetti zero-dimensionali), le linee (oggetti uni-dimensionali), i piani (oggetti bi dimensionali) non esistono, non possono esistere nella realtà. [...] Questi sono costrutti mentali puri e semplici che si suppone non possiedano alcuna realtà sostanziale. [...] Le proprietà delle figure geometriche sono imposte o derivate dalle definizioni (sebbene possano essere ispirate da un oggetto reale). Un quadrato è un rettangolo avente i lati uguali.

Efraim Fischbein (1993)

Nei contesti di lavoro geometrico inoltre va posta attenzione al linguaggio utilizzato (linguaggio naturale vs linguaggio geometrico) e ai materiali scelti a rappresentare figure geometriche, ad esempio la costruzione del concetto di angolo è complessa e richiede una pluralità di esperienze e un'accurata mediazione da parte dell'insegnante: l'uso comune del termine linguistico e le rappresentazioni dei libri di testo spesso ostacolano la formazione di un modello matematicamente corretto.

NUCLEO: SPAZIO E FIGURE			
OBIETTIVI		PROPOSTE OPERATIVE	INDICAZIONI
INFANZIA			
3/4 anni	Conoscere i principali concetti spaziali (aperto/chiuso,dentro/fuori, sopra/sotto).	Realizzare e costruire con i bambini semplici percorsi a ostacoli prendendo confidenza con le parole a cui il corpo e il movimento danno significato: le vicinanze, le direzioni, le posizioni. Giocare con le corde, con i gomitoli, con i bollini di cartoncino che segnano le zone chiuse e gli incroci. Giocare alle scotoline chiuse e aperte inserendo variabili di gioco (tanti cagnolini che saltano dentro i cerchi, tanti pesciolini che nuotano sotto il ponte ecc....). Con fili e corde tracciare sul pavimento linee per costruire spazi aperti e chiusi. Giocare con il corpo che si può trasformare in una linea dritta irrigidendosi e allungandosi o curva piegandosi ecc... . Creare percorsi usando palline e frecce. Lasciare ai bambini i materiali in modo che possano usarli spontaneamente.. Costruire torri confrontando le dimensioni. Fare eseguire semplici compiti (il postino..) per acquisire conoscenza e sicurezza di movimento all'interno degli spazi della scuola.	L'esperienza motoria,l'utilizzazione di concetti topologici, il saper usare lo spazio per muoversi, per disporre o spostare oggetti grandi e piccoli o per trovare la strada che porti ad un luogo definito, per correre, camminare liberamente da soli o insieme ai compagni sono attività fondamentali per prendere coscienza del nuovo ambiente, e per scoprirne le caratteristiche.
	Sapersi orientare nell'ambiente e negli spazi della scuola. Eseguire semplici percorsi	Giocare a strisciare, gattonare, saltare passando sopra e sotto gli ostacoli. Dopo aver giocato inventare la storia del percorso. Giocare a fare percorsi fatti di suoni e di voci (farsi guidare dalla voce dei compagni o da una canzone). Giocare su percorsi disegnati sul pavimento del	

		salone della scuola camminando su linee dritte, curve, a zig zag, che si incrociano e divergono.(come ci sente, cosa cambia se si cammina su una strada con le curve, su una strada dritta o a zig zag? Chi arriva prima?) Spostarsi nei locali della scuola su indicazioni specifiche dell'insegnante sotto la supervisione di un adulto.	
5 anni	Individuare la posizione di oggetti e persone nello spazio utilizzando i concetti spaziali (davanti/dietro, sopra /sotto, dentro/fuori , di lato/ in mezzo...).	Giocare alla ragnatela con un gomitolo di spago.I bambini sono seduti in cerchio sulle sedie e l'insegnante inizia a srotolare il filo tra le gambe delle sedie e vengono così tirate linee, formati incroci, catturate forme e chiusi spazi. Far osservare attraverso domande stimolo (cosa succede allo spazio quando passa il filo della ragnatela? Cosa si forma?cosa fanno i bimbi catturati dalla ragnatela?....). Rappresentazione grafica. Giocare con i cerchi e le palline inserendo le palline fuori e dentro i cerchi e poi far rappresentare. Realizzare con scatole e scatoline torri, castelli e strutture per giocare a starci dentro.Si punta l'attenzione sullo spazio interno e su come può essere misurato utilizzando vari oggetti costruzioni, bottoni ecc... La ballata degli elefanti...passi indietro ...passi avanti; passi fuori ...passi dentro; passi a destra, passi a sinistra; passi sopra i mattoncini colorati;passi sotto il banco ecc... . Giocare a Regina Reginella...(n. passi da canguro che salta dentro i cerchi o n. passi da formica sopra i mattoncini colorati ecc...) Giocare a nascondere un oggetto e ritrovarlo seguendo le indicazioni dei compagni(gioco acqua, fuochino, fuoco)	

	Seguire correttamente un percorso sulla base di indicazioni verbali. Sperimentare lo spazio e il tempo attraverso il movimento.	Giocare su percorsi disegnati sul pavimento del salone della scuola camminando su linee dritte, curve, a zig zag che si incrociano e divergono. Misurare il percorso contando i passi o usando le corde o i mattoncini ecc... Rappresentare il percorso e inventare storie di percorsi. Progettare e realizzare piste ad ostacoli per le macchinine e semplici circuiti dove spingere a fiato piccoli pezzi di carta. Costruire semplici labirinti trovando due punti definiti e condivisi, quello della partenza e quello dell'arrivo. Far rappresentare graficamente la mappa di un percorso che si sta eseguendo (caccia al tesoro, percorso per andare in biblioteca).	
	Conoscere e discriminare alcune forme geometriche (cerchio, triangolo, quadrato, rettangolo).	Giocare con il Tangram. Lettura del libro Quattro artisti che contano Anna Cerasoli e Giuseppe Vitale. Andare alla ricerca delle forme all'interno della storia e giocare con le forme come indicato nel libro. Disegnare l'altra metà di una forma geometrica o di un oggetto. Realizzare le bolle di sapone (4 tazze di acqua calda, mezza tazza di zucchero, mezza tazza di detersivo per i piatti). Osservare la forma e la dimensione, disegnarle, ritagliarle e incollarle su un foglio. Andare alla ricerca di oggetti rotondi nella sezione e osservare. Ascoltare la storia "Il paese delle forme". Ritagliare tante forme geometriche e suddividerle. Utilizzare le forme per realizzare i personaggi. Realizzare sequenze ritmiche di forme geometriche colorate. Raggruppare gli oggetti in base alla loro forma.	

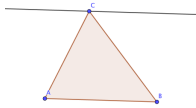
PRIMARIA			
Classe prima e seconda	Percepire la propria posizione nello spazio (e stimare distanze e volumi a partire dal proprio corpo). Comunicare la posizione di oggetti nello spazio fisico, sia rispetto al soggetto, sia rispetto ad altre persone o oggetti, usando termini adeguati (sopra/sotto, davanti/dietro, destra/sinistra, dentro/fuori). Eseguire un semplice percorso partendo dalla descrizione verbale o dal disegno, descrivere un percorso che si sta facendo e dare le istruzioni a qualcuno perché compia un percorso desiderato. (coding unplugged) Riconoscere, denominare e descrivere semplici figure geometriche (disegnare e costruire modelli).	Attività su Fitto/Rado (Polveri, Tessuti, puntini sul foglio, fiori nel giardino, alberi nel bosco, ecc.) Ricerca nella realtà gli oggetti a tre, due e una dimensione e imparare a guardare per proprietà Classificare oggetti: 1D, 2D e 3D... Disegnare oggetti tridimensionali da punti di vista diversi e immaginare cosa non si vede. Pixel Art. Eseguire percorsi in palestra, all'interno dell'edificio scolastico, sul territorio e descriverli verbalmente con gli indicatori spaziali. Caccia al tesoro con mappe e percorsi. Disegnare mappe rispettando le indicazioni spaziali degli elementi desumendoli dall'ascolto di un racconto (anche fantastico). Costruire figure geometriche piane e solide utilizzando materiali strutturati e non (geomag, pongo, stuzzicadenti ecc.) Creare figure simmetriche utilizzando macchie di colori. Seguire indicazioni per costruire figure con la tecnica delle piegature (semplici origami).	Proporre attività interdisciplinari che coinvolgano emotivamente i bambini (drammatizzazioni in palestra, esperienze in laboratorio di scienze, ecc.) Inventare giochi e mestieri con scatole (3D), fogli di giornali o stoffe (2D), bastoni o corde (1D) Eseguire e/o inventare percorsi con sfondi narrativi e rappresentarli su fogli con simbologia opportunamente condivisa. Proporre attività di costruzione con materiali di vario tipo. Sfruttare l'attività di orto per calcolare superfici di semina, con unità di misure arbitrarie (ad esempio fogli o tovaglioli).
Classe terza	Comunicare la posizione di oggetti nello spazio fisico, sia rispetto al soggetto, sia rispetto ad altre persone o oggetti,	Attività su Fitto/Rado (Polveri, Tessuti, puntini sul foglio, fiori nel giardino, alberi nel bosco, ecc.)	Proporre esperienze laboratoriali per: ● scoprire le caratteristiche dei poligoni, utilizzando eventualmente geostrisce

	usando termini adeguati Eseguire un semplice percorso partendo dalla descrizione verbale o dal disegno, descrivere un percorso che si sta facendo e dare le istruzioni a qualcuno perché compia un percorso desiderato. Riconoscere, denominare, descrivere semplici figure geometriche e riprodurle su indicazioni, utilizzando strumenti adeguati. Disegnare figure geometriche e costruire modelli con materiali diversi con strumenti idonei.	Attività finalizzate ad utilizzare gli indicatori spaziali come indicatori geografici (Nord= sopra-avanti, ecc) in reticolati. Trovare oggetti indicando le coordinate e/o inserirli nei reticolati. Disegnare mappe con elementi che rispettano le indicazioni spaziali indicate in un testo scritto. Disegnare mappe e piantine dell'aula e di porzioni dell'edificio scolastico, del cortile e/o spazio di ricreazione, con eventuale rimpicciolimento secondo criteri condivisi. Costruire figure geometriche piane e solide utilizzando materiali strutturati e non (geomag, pongo, stuzzicadenti ecc.). Costruire figure con le tavolette del Tangram e analizzare la similitudine delle forme che lo costituiscono.	e geopiani • conteggiare estensioni e contorni • introdurre i termini specifici della disciplina riferiti ai poligoni (vertici, angoli, lati) • individuare le peculiarità di trilateri e quadrilateri • interiorizzare indicatori geografici rispetto alla propria posizione su un reticolato • comprendere la necessità di rimpicciolire la riproduzione grafica di ampi spazi
Classe quarta	Descrivere, denominare e classificare figure geometriche, identificando elementi significativi e simmetrie. Determinare il perimetro di una figura utilizzando procedimenti e strumenti convenzionali. Riprodurre una figura in base ad una descrizione data utilizzando strumenti opportuni (goniometro, righello...). Riconoscere figure ruotate, traslate e riflesse.	Costruire modelli di figure uni - bi e tridimensionali con materiali e strumenti diversi (cannucce e geogebra) con attenzione alle idee di angolo, di perpendicolarità, di parallelismo,... Descrivere figure (carte d'identità) con giochi di immaginazione (Solidi noti e solidi misteriosi - Matematica 2001). Leggere fiabe e storie (Flatlandia, Il paese dei triangoli e il paese dei cerchi): classificare (es. famiglie di triangoli- P. Mazzoli) e usare i diagrammi.	Attività di laboratorio in cui fare esperienza con modelli di figure piane e solide. Uso dei pentamini per costruire figure equiestese e/o isoperimetriche. Usare gli strumenti informatici e gli editor di programmazione per costruire figure regolari. (es: l'artista di code.org)

	Confrontare e misurare angoli utilizzando proprietà e strumenti. Utilizzare i concetti di perpendicolarità, parallelismo, orizzontalità, verticalità. Riprodurre in scala una figura data (anche con carta quadrettata). Utilizzare il piano cartesiano (quadrante positivo) per individuare punti e figure.	Trasformare figure (con simmetrie, riduzioni in scala-carte geografiche, affinità-ombre. Lavorare con perimetro e area, linearizzazione e quadrettizzazione per discretizzare le proprietà continue. Disegnare su un reticolo quadrettato un poligono simmetrico a uno dato rispettando gli assi di simmetria che potranno essere interni o esterni alla figura considerata.	
Classe quinta	Utilizzare il piano cartesiano (4 quadranti) per localizzare punti. Descrivere, denominare e classificare figure geometriche, identificando elementi significativi e simmetrie. Riconoscere rappresentazioni piane di oggetti tridimensionali, identificare punti di vista diversi di uno stesso oggetto (dall'alto, di fronte, ecc.) Determinare l'area di quadrilateri e triangoli per scomposizione o utilizzando le più comuni formule. Utilizzare le principali unità di misura per lunghezze, angoli, aree, volumi/capacità, intervalli temporali, masse, pesi per effettuare misure e stime. Riprodurre una figura in base ad una descrizione data, utilizzando strumenti quali carta quadrettata, riga, squadra,	Costruire modelli di figure uni - bi e tridimensionali con materiali e strumenti diversi (cannucce e geogebra) con attenzione alle idee di angolo, di perpendicolarità, di parallelismo,... Descrivere figure (carte d'identità) con giochi di immaginazione (Solidi noti e solidi misteriosi - Matematica 2001). Leggere fiabe e storie (Flatlandia, Il paese dei triangoli e il paese dei cerchi): classificare (es. famiglie di triangoli- P. Mazzoli) e usare i diagrammi. Trasformare figure (con simmetrie, riduzioni in scala-carte geografiche, affinità-ombre. Costruire equivalenze nello spazio e nel piano (tassellazioni e riempimenti).	Attività di laboratorio in cui fare esperienza con modelli di figure piane e solide. Uso dei pentamini per costruire figure equiestese e/o isoperimetriche. Lettura di libri specifici per far comprendere l'esistenza di più dimensioni geometriche ma che nella realtà tutto è 3D. E' necessario far notare ai ragazzi l'esistenza di figure regolari all'interno delle categorizzazioni in base al numero dei lati. Usare gli strumenti informatici e gli editor di programmazione per costruire figure regolari. (es: l'artista di code.org)

	compasso. Riconoscere figure ruotate, traslate e riflesse. Utilizzare i concetti di perpendicolarità, parallelismo, orizzontalità, verticalità. Applicare la riduzione in scala in contesti diversi Determinare il perimetro di una figura utilizzando le più comuni formule o altri procedimenti.	Lavorare con perimetro, area e volume linearizzazione, quadrettizzazione, cubettizzazione per discretizzare le proprietà continue. Disegnare su un reticolo quadrettato un poligono simmetrico a uno dato rispettando gli assi di simmetria che potranno essere interni o esterni alla figura considerata. A partire da un'unità di misura di superficie assegnata, individuare quale, tra più intervalli di misura forniti, corrisponde alla migliore stima dell'area di una piazza o altra realtà.	
SECONDA RIA			
prima	Conoscere gli enti geometrici fondamentali della geometria piana (retta, semiretta, segmento, piano...). Comprendere il ruolo della definizione in matematica e fornire definizioni degli enti geometrici utilizzando il linguaggio specifico. Risolvere situazioni problematiche a partire da dati di misure con la costruzione di semplici modelli. Conoscere i diversi tipi di angoli e le loro proprietà. Saper operare con le più semplici misure angolari. Riconoscere e disegnare le principali relazioni tra rette: parallelismo, incidenza, perpendicolarità. Conoscere e identificare in modelli grafici le principali relazioni tra angoli ed enti	<u>Attività su definizioni e proprietà.</u> Ciascuno scrive la definizione di un ente geometrico e l'enunciato di una proprietà o di un teorema e poi lo sottopone al compagno che dovrà, dalla lettura, rappresentare quanto descritto. <u>Inventare problemi da sottoporre ai compagni.</u> Inventare problemi che abbiano come "figura" un oggetto reale trovato nella realtà (per esempio tombini, cartelli stradali, manifesti, grate, piastrelle, banchi, libri, contenitori) con la stessa forma della figura del problema originale. <u>L'investigatore geometrico</u> Attività proposta da Matematica 2001 <u>Attività di esplorazione con Geogebra</u>	Prestare particolare attenzione all'acquisizione del linguaggio specifico e all'enunciazione delle definizioni e delle proprietà.

	geometrici (angoli opposti al vertice, parallele tagliate da una trasversale)		
seconda	Riconoscere le relazioni tra enti geometrici fondamentali e angoli all'interno di un poligono. Conoscere definizione ed applicazione reale dei concetti di perimetro e area. Conoscere e saper applicare a semplici disegni i principi di equivalenza e di equiscomponibilità. Riconoscere e classificare correttamente i triangoli e i principali quadrilateri (trapezi e parallelogrammi <i>in senso lato</i>). Operare con angoli, lati ed elementi fondamentali (ad es. punti notevoli) di triangoli e quadrilateri. Risolvere situazioni problematiche sul calcolo di perimetro ed area dei triangoli e dei quadrilateri. Conoscere, saper definire ed applicare il teorema di Pitagora al triangolo rettangolo ed a poligoni più complessi.	<u>Attività con Tangram</u>: equivalenza tra aree. <u>Attività con origami</u>. Partendo da un foglio di carta quadrato suddiviso in 16 quadretti, ciascuno di area $1u^2$, saranno guidati nella piegatura di alcuni modelli origami. Relativamente a questi, inizialmente, decideranno se ritengono vere o false alcune proposizioni che legano aree e perimetri (per esempio: “se un poligono A ha area maggiore di un altro poligono B, allora il perimetro di A è maggiore del perimetro di B”); in seguito compileranno una tabella riportando il valore del loro perimetro e della loro area. <u>Triangoli origami</u> Attività con origami volta ad esplorare le proprietà delle figure poligonali. Visione del video “La città di carta”, presente sul canale YouTube del Dipartimento di Matematica di Torino. <u>Attività di esplorazione con geogebra</u> <u>Attività sul significato delle formule per il calcolo dell'area</u>. Chiedere agli studenti di attribuire un significato geometrico alle diverse formule, proponendo opportune riconfigurazioni dei poligoni (su Geogebra o su carta). <u>Attività di esplorazione con Geogebra</u> Es. con l'ausilio di GeoGebra, assegnare la seguente situazione da esplorare: dato un triangolo ABC, trovare un triangolo diverso da ABC, avente la stessa base AB e area uguale ad ABC.	

		 Es. Scrivi su di un foglio una procedura con GeoGebra per costruire un quadrato. Giustifica le scelte fatte passo per passo. Ora scambiati con un compagno la procedura e prova a realizzare quelle del compagno. <u>Distanze al volo</u> Gioco per il ripasso del teorema di Pitagora. <u>Teorema di Pitagora generalizzato</u> Realizzazione di girandole di carta con origami e generalizzazione del teorema.	
terza	Conoscere le definizioni di circonferenza, cerchio e loro parti. Conoscere e comprendere l'importanza del numero π. Saper risolvere situazioni problematiche su lunghezza della circonferenza ed area del cerchio. Modellizzare il concetto di spazio tridimensionale e di figura geometrica solida. Riconoscere e classificare correttamente i principali poliedri e solidi di rotazione. Risolvere situazioni problematiche sul calcolo delle aree e del volume dei principali poliedri e solidi di rotazione. Applicare il teorema di Pitagora per il calcolo di alcuni semplici elementi dei poliedri e dei solidi di rotazione (es. apotema del cono o della piramide retta).	<u>Calcolare le misure del cerchio</u> <u>I cerchi tangenti</u> attività proposta da Matematica 2001 <u>Costruzione di modelli tridimensionali in cartoncino</u> <u>Solidi noti e solidi ignoti</u>: percorso con cui si arriva alla costruzione di un tetraedro, la soluzione di una situazione problematica in cui sono coinvolte piramidi, lo studio di come sono fatti questi solidi. <u>Uso di Geogebra 3D</u>: - materiale già pronto presente nel programma online (relazioni tra volumi ,es. cono e cilindro; sviluppi sul piano) - principali comandi per costruire i solidi più semplici	

NUCLEO TEMATICO: RELAZIONI, FUNZIONI, DATI E PREVISIONI

Partendo dall'osservazione della realtà e dalla quotidianità dello studente, il nucleo Relazioni, Dati e Previsioni si propongono attività che aiutano l'insegnante a introdurre l'esplorazione di concetti legati alle relazioni, alla statistica e ai primissimi elementi dell'incertezza. Gli alunni, attraverso il lavoro guidato in classe, sono avviati all'utilizzo della statistica per conoscere in modo quantitativo la propria realtà quotidiana, scoprono l'approssimazione nelle misure e, in modo ludico, individuano sequenze di numeri e figure e percepiscono l'incertezza insita negli eventi e nella loro previsione.

Nodi concettuali e attività

Le attività proposte sviluppano, attraverso le sperimentazioni e il lavoro guidato in classe, la capacità degli studenti di raccogliere, classificare, organizzare, rappresentare ed interpretare i dati. Vengono introdotti il concetto di misure di grandezze, con particolare attenzione all'organizzazione dei dati e alle relazioni tra di loro. Si affrontano relazioni tra i numeri all'interno di una sequenza e loro rappresentazioni con l'intento di pervenire ad una regola.

NUCLEO: RELAZIONI, FUNZIONI, DATI E PREVISIONI			
OBIETTIVI		PROPOSTE OPERATIVE	INDICAZIONI
INFANZIA			
3/4 anni	Collocare nel tempo le azioni della giornata.	Riconoscere la successione cronologica dei momenti della giornata.(es: prima andiamo in bagno, poi mangiamo la frutta e in seguito giochiamo). Lettura di semplici storie divisione in sequenza e riordino delle sequenze.	L'esperienza ci porta a riflettere sui cambiamenti che avvengono in noi, negli altri, nelle cose e nell'ambiente che ci circonda....
5 anni	Collocare le azioni quotidiane nel tempo della giornata e della settimana. Riferire eventi del passato recente. Percepire analogie e differenze.	Ordinare in successione cronologica i momenti principali della giornata (mattina-pomeriggio-sera). Costruire un calendario collocando le rilevazioni meteorologiche, le assenze e gli	

		eventi di ogni giorno. Costruire la ruota delle stagioni analizzando nell'ambiente le caratteristiche tipiche di ogni stagione. Confrontare foto della propria vita e storia personale e individuare trasformazioni (nel corpo, negli abiti, nei giochi, nelle persone ...) e costruire tabelle di registrazione. Memorizzare filastrocche dei mesi e della settimana. Lettura di storie più elaborate (chi sono personaggi, dove si svolge la storia, che cosa fanno i personaggi, perché'....) e suddivisione in sequenze.	
PRIMARIA			
Classe prima seconda terza	Classificare numeri, figure, oggetti in base a una o più proprietà, utilizzando rappresentazioni opportune. Argomentare sui criteri che sono stati usati per realizzare classificazioni e ordinamenti assegnati. Leggere e rappresentare relazioni e dati con diagrammi, schemi e tabelle. Misurare grandezze (lunghezza e tempo) in contesti reali utilizzando il corpo e strumenti non convenzionali.	Classificazioni di materiali o figure geometriche in base al criterio scelto (grandezza, colore, ampiezza degli angoli, numero dei lati dei poligoni ecc.) Giochi di strategia e di fortuna (approccio alla probabilità) e registrazione in tabella dei risultati. Le torri dei compleanni. Utilizzo di materiali per costruzioni: torri alte/basse, conteggio e confronto, ecc. Su indagini che esaminano universi grandi, capire la necessità di attribuire all'unità del grafico un valore quantitativo diverso. L'animale preferito. Aguzza l'ingegno e scopri la regola. Ricetta per le bolle, per la pasta di sale	In situazione di laboratorio proporre sempre situazioni problematiche concrete ed esortare i bambini a scegliere i criteri e i valori da assegnare alle classificazioni e alle indagini che si effettuano: discussione collettiva per compiere insieme le scelte più convenienti.

		(proporzione e frazione di un UNO di acqua). Il problema del leone, del topo e della formica. Il problema della vespa. Costruire calendari per contare il trascorrere del tempo con materiali discreti e continui. Contare distanze a passi, a salti ecc. Contare lunghezze a spanne, a dita, a palmi ecc. Discretizzare lunghezze con fagioli, ceci, graffette, chiodi ecc. Inserire in grafici e tabelle dati raccolti da indagini meteorologiche.	
Classe quarta quinta	Rappresentare relazioni e dati e in situazioni significative, utilizzare le rappresentazioni per ricavare informazioni, formulare giudizi e prendere decisioni. Usare la nozione di frequenza, di moda e di media (classe quinta). Rappresentare problemi con tabelle e grafici che ne esprimono la struttura. Utilizzare le principali unità di misura per lunghezze, angoli, aree, volumi/capacità, intervalli temporali, masse, pesi per effettuare misure e stime. Passare da un'unità di misura a un'altra, limitatamente alle unità di uso più comune, anche nel contesto del	Individuare una relazione tra quantità in una situazione reale. Calcolare il tempo necessario per percorrere una certa distanza con una velocità costante, ricavata dai dati forniti. Coordinare due relazioni aritmetiche espresse in un testo verbale con riferimenti temporali. Interpretare relazioni aritmetiche in un contesto reale, in cui giocano un ruolo determinante per la soluzione alcune locuzioni cronologiche ("tra dieci anni", "quattro anni fa" ecc.). Individuare la procedura corretta che permette di ricavare la media aritmetica di valori dati. Il lato chiaro delle ombre: relazioni tra la luce, gli oggetti e le ombre in un percorso interdisciplinare che coinvolge anche italiano e scienze. I dati raccolti potranno fornire l'occasione per l'individuazione della mediana	Brain storming sulle varie attività laboratoriali raccogliendo le idee degli alunni, lavorando poi nel piccolo gruppo per l'elaborazione dei dati, con successivo confronto collettivo nel commentarli. Favorire il coinvolgimento dei bambini, stimolando l'esercizio del pensiero, affinché ogni alunno partecipi attivamente al dialogo strutturato, inteso come indagine condivisa avente uno scopo comune. Problematizzare situazioni ludiche articolate in fasi che prevedono rappresentazioni grafiche e simboliche. A partire da varie situazioni collegate

	sistema monetario. In situazioni concrete, di una coppia di eventi, intuire e cominciare ad argomentare qual è il più probabile, dando una prima quantificazione nei casi più semplici, oppure riconoscere se si tratta di eventi ugualmente probabili. Riconoscere e descrivere regolarità in una sequenza di numeri o di figure.	e il calcolo della media aritmetica. Individuare la quantità totale di un prodotto conoscendo la quantità che corrisponde a una sua percentuale. Leggere, individuare dati e ricavare informazioni in una tabella a doppia entrata. Individuare le relazioni tra dati rappresentati in tabella per calcolare alcuni valori incogniti. Costruire grafici per rappresentare fenomeni (laboratorio di scienze: rapporto tra peso e volume). Interpretare un grafico mettendo in relazione i dati forniti nel testo con quelli forniti dal grafico stesso per risolvere un problema. Ricavare informazioni da un'infografica composta da testo, dati numerici e grafici a barre. Utilizzare il ragionamento proporzionale per risolvere un problema. Individuare la situazione che verifica una data relazione tra le probabilità di due eventi. Stimare la lunghezza di un oggetto, posizionato lungo un righello in posizione non standard. Calcolare la corrispondenza tra misure su una carta geografica e misure reali, data la scala. Confrontare la probabilità di due eventi: considerare solo il numero di casi favorevoli Produrre un'argomentazione per giustificare quale tra due eventi è più probabile.	ad un gioco o ad un racconto, guidare i bambini ad individuare e descrivere la relazione tra gli elementi di una sequenza, pervenendo alla necessità di formulare una regola, che sarà descritta prima verbalmente e poi (eventualmente) con una formula.
--	---	--	--

		Valutazione di probabilità in casi elementari, relazioni fra le aree e la misura della probabilità.	
SECONDARIA			
prima	In contesti vari, individuare, descrivere e costruire relazioni significative: riconoscere analogie e differenze Classificare e ordinare in base a determinate proprietà Utilizzare lettere e formule per generalizzare o per astrarre Riconoscere, utilizzare semplici funzioni e rappresentarle Classificare dati ottenuti da misurazioni. Rappresentare e interpretare dati Usare ed interpretare misure di centralità e dispersione Confrontare due distribuzioni rispetto allo stesso carattere	<u>Sequenze</u>: a partire da una sequenza assegnata riconoscere regolarità, determinare la configurazione di posto n, determinare la posizione, dedurre la regola. <u>Le fette di torta</u> attività sull'analisi di successioni <u>Festoni di luci</u> attività analizzata nel gruppo di formazione SSPM <u>Amebe terrestri</u> attività analizzata nel gruppo di formazione SSPM Lettura di grafici e tabelle presi da quotidiani o risorse online. Realizzazione di indagini statistiche utilizzando come campione la popolazione scolastica, i famigliari degli studenti, i compagni di squadra...	
seconda	Calcolo di frequenze relative e percentuali, e loro confronti Campione estratto da una popolazione: esempi di campioni rappresentativi e non rappresentativi Media aritmetica, moda e mediana	<u>Fiabe statistiche</u> attività mirata a individuare "grafici che mentono"	
terza	Utilizzare variabili, funzioni, equazioni per risolvere problemi	<u>Introduzione al concetto di funzione</u> attività M@t Abel. L'insegnante invita gli studenti a	

	Usare modelli dati o costruire semplici modelli per descrivere fenomeni ed effettuare previsioni Interpretare in termini probabilistici i risultati relativi a prove multiple di eventi in contesti reali e virtuali (giochi, software, ...) Riconoscere eventi complementari, eventi incompatibili, eventi indipendenti. Prevedere, in semplici contesti, i possibili risultati di un esperimento e le loro probabilità.	effettuare alcune ricerche in rete relative a un fenomeno che varia nel tempo (disoccupazione, prezzi di un determinato bene, flussi di popolazioni, ...) <u>Relazioni e funzioni</u> attività analizzata nel gruppo di formazione SSPM <u>Allineamenti</u> attività M@t Abel che sfrutta l'aggancio con la proporzionalità diretta per il passaggio allo studio delle funzioni lineari, ponendo una forte attenzione agli aspetti qualitativi dei grafici e alla connotazione funzionale <u>I numeri figurati</u> Costruzione di grafi ad albero. <u>La bottiglia misteriosa</u> attività proposta da UMI 2001 <u>Allungamento di due molle e rotazione di due ruote ingranate</u> attività proposta da UMI 2001	
--	---	--	--

[ALLEGATO: I percorsi possibili](#)

[ALLEGATO: Un esempio di percorso: lo sviluppo del pensiero proporzionale](#)